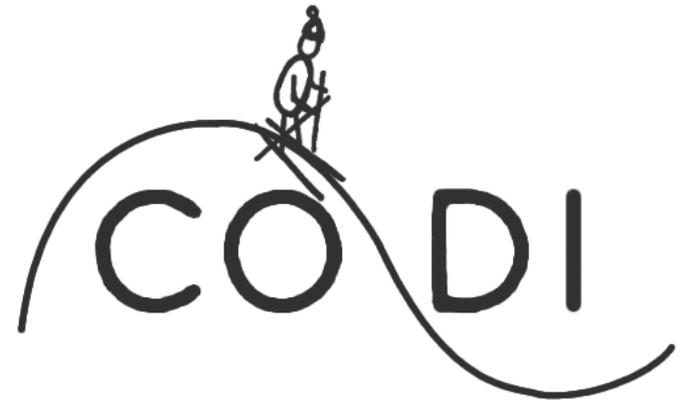


DIAGNOSE VON LERNSCHWIERIGKEITEN IM BEREICH FUNKTIONALER ZUSAMMENHÄNGE



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



HEUristisches Arbeiten mit
REpräsentationen
funktionaler Zusammenhänge –
Diagnose mathematischer **KO**mpetenzen
von Schülerinnen und Schülern

COnceptual **D**ifficulties in
the field of functional
relationships

- Projekt CODI
- Ergebnisse der Pilotierung
- Geplante Rückmeldung der Diagnose-Ergebnisse

Warum so viele Lernschwierigkeiten im Bereich funktionaler Zusammenhänge?

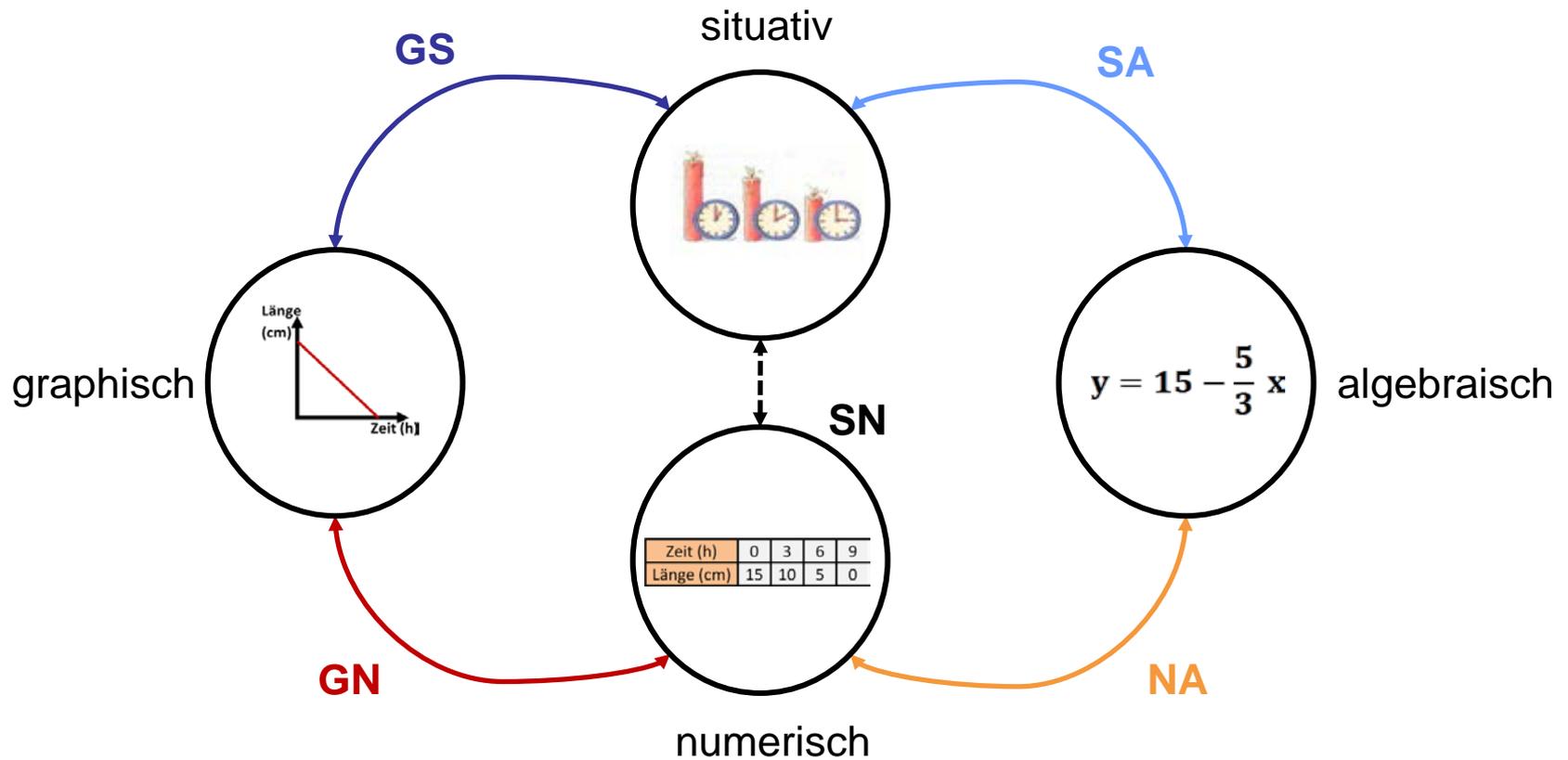
Projekt HEUREKO: 5-dimensionales Kompetenzstrukturmodell

Darstellungsformen

- Graphisch (G)
- Algebraisch (A)
- Numerisch (N)
- Situativ (S)

Fredebohm et al., 2011; Nitsch et al. (eingereicht)

Projekt CODI - Idee



Fredebohm et al., 2011

Analyse der Schülerlösungen ergab hohe Fehlerquoten vor allem in den Darstellungswechseln graphisch-situativ (GS), situativ-algebraisch (SA) und numerisch-algebraisch (NA)

Frage: Wie lassen sich die Fehlerphänomene aufklären und dahinter liegende Verständnisschwierigkeiten diagnostizieren, um darauf aufbauend eine individuelle Förderung zu ermöglichen?

➔ Entwicklung eines Diagnoseinstruments zur Aufdeckung von Lernschwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler in der Jahrgangsstufe 8 und 9 im Kompetenzbereich der Darstellung funktionaler Zusammenhänge

Die entwickelten Instrumente sollen im Unterricht eingesetzt werden und die Lehrkräfte bei der individuellen Diagnose und Förderung im Bereich typischer Lernschwierigkeiten unterstützen.



Systematische Fehler

Reproduzierbar

Fehlerursache:

Meist stabile falsche Konzepte/

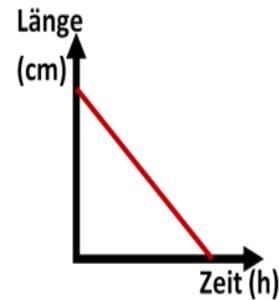
Vorstellungen *Fehlvorstellungen*

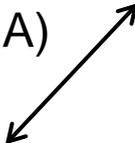
Radatz, 1980, Prediger & Wittmann, 2009

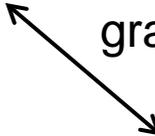
Projekt CODI - Inhaltsbereich



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



graphisch-algebraisch (GA) 

 graphisch-situativ (GS)

$$y = 15 - \frac{5}{3} x$$



Ein Baum ist
1,1 m hoch und
wächst jedes Jahr
um 52 cm ...

situativ-algebraisch (SA)

1. Welche Lernschwierigkeiten lassen sich bei Schülerinnen und Schülern im Bereich funktionaler Zusammenhänge identifizieren?

Hypothesenbildung:

- Literatur ->bereits durchgeführte Studien
 - z.B. Janvier, 1981; Kokol-Voljc, 1996; Leinhardt, Zaslavsky & Stein, 1999; Li, 2006
- HEUREKO

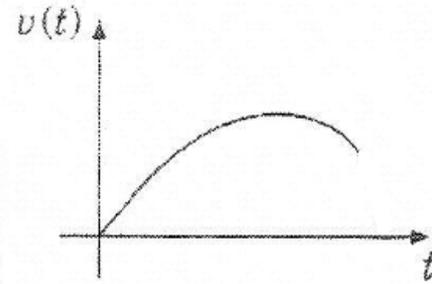
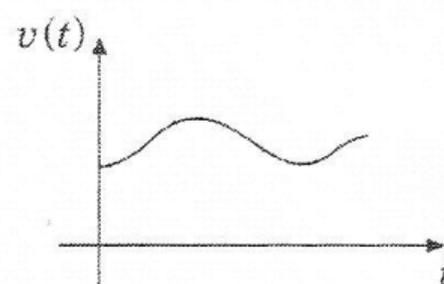
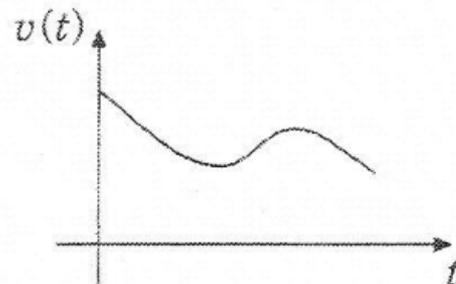
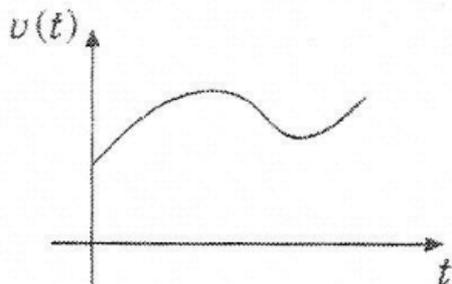
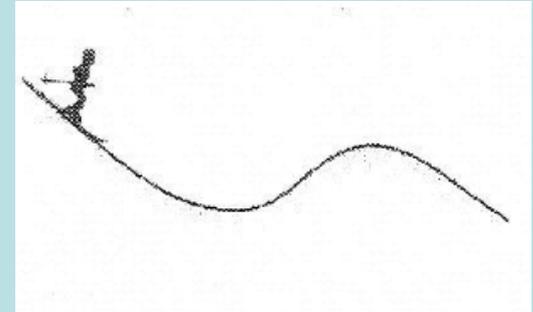
1. Welche Lernschwierigkeiten lassen sich bei Schülerinnen und Schülern im Bereich funktionaler Zusammenhänge identifizieren?
2. **Wie kann ein im Schulalltag einsetzbares Diagnoseinstrument aussehen, das diese Lernschwierigkeiten erfassbar macht?**

Projekt CODI - Umsetzung

- Online-Tool mit dem Ziel einer automatischen Auswertung
- Vor allem Multiple-Choice-Items
- Mehrere Aufgaben pro Bereich zum Aufdecken von Fehlermustern, um dahinterliegende fehlerhafte Vorstellungen oder Konzepte zu erfassen

Projekt CODI - Beispiel

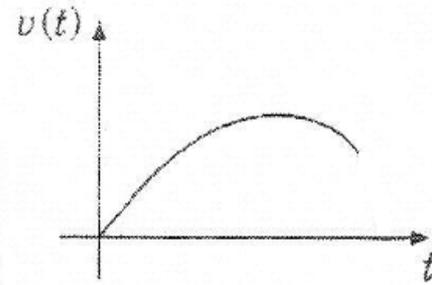
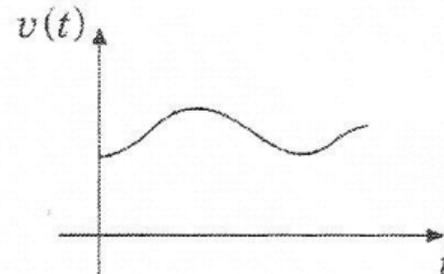
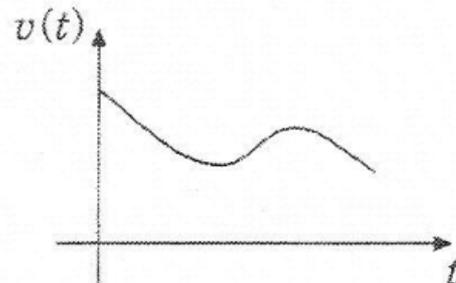
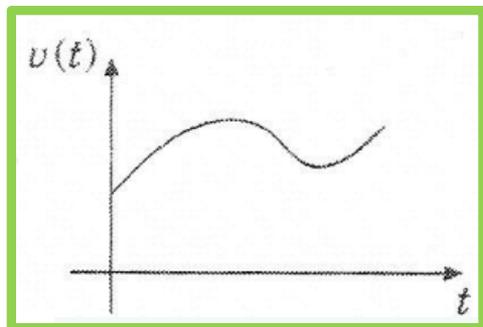
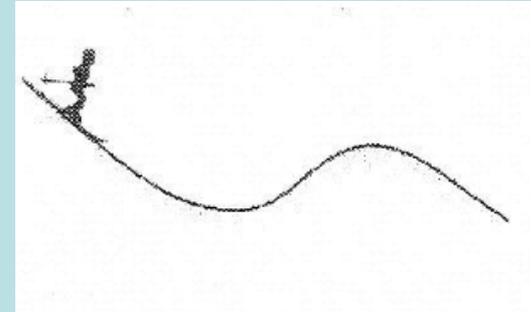
In folgendem Bild ist ein Skifahrer zu sehen, der den Hang hinunter fährt. Welcher Graph beschreibt die Situation am besten?
Der Funktionswert $v(t)$ gibt die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t an.



Nach Schlöglhofer, 2000

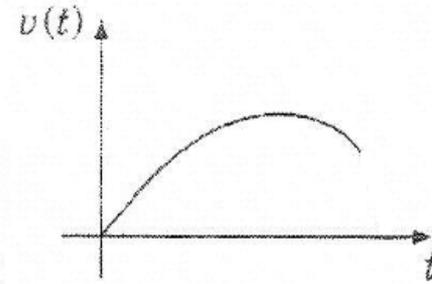
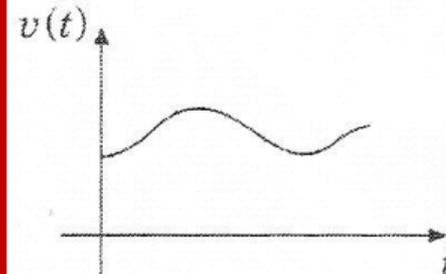
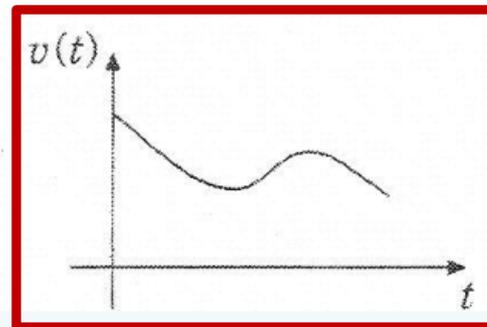
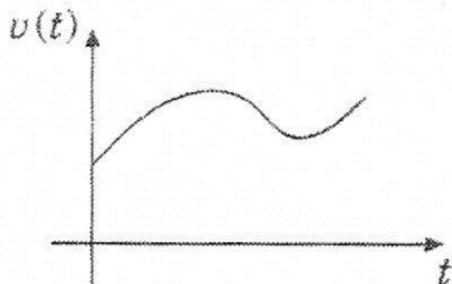
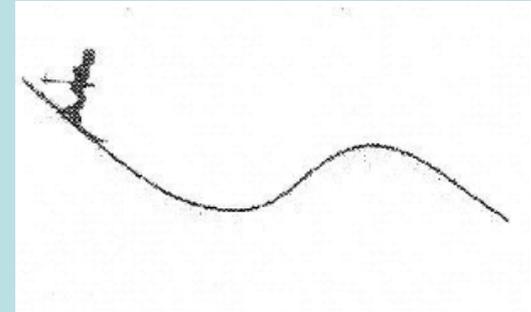
Projekt CODI - Beispiel

In folgendem Bild ist ein Skifahrer zu sehen, der den Hang hinunter fährt. Welcher Graph beschreibt die Situation am besten?
Der Funktionswert $v(t)$ gibt die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t an.



Projekt CODI - Beispiel

In folgendem Bild ist ein Skifahrer zu sehen, der den Hang hinunter fährt. Welcher Graph beschreibt die Situation am besten?
Der Funktionswert $v(t)$ gibt die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t an.



Fehlvorstellung

1. Welche Lernschwierigkeiten lassen sich bei Schülerinnen und Schülern im Bereich funktionaler Zusammenhänge identifizieren?
2. Wie kann ein im Schulalltag einsetzbares Diagnoseinstrument aussehen, das diese Lernschwierigkeiten diagnostiziert?
3. **In welchem Maße sind die fokussierten Lernschwierigkeiten bei den Schülerinnen und Schülern ausgeprägt?**

Ergebnisse der Pilotierung

Testinstrument:

- Parallele Testbögen A und B
- Insgesamt 24 Aufgaben pro Testbogen

Stichprobe:

- N= 93 Schülerinnen und Schüler
- 2 Gymnasialklassen (9) + 2 Realschulklassen (9 und 10)
- N=16 diagnostische Interviews (Lautes Denken)

Ergebnisse der Pilotierung

- IRT Auswertung: 3-dimensionales Modell mit Dimensionen GA, SA, GS
- Itemfit bei allen Items zufriedenstellend!

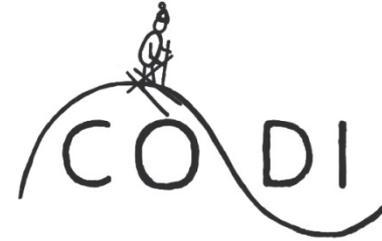
	GA	SA	GS
GA	<i>0,744</i>		
SA	0,754	<i>0,610</i>	
GS	0,534	0,698	<i>0,547</i>

- Tabelle: Skalenreliabilitäten auf der Diagonalen und Korrelationen unterhalb der Diagonalen

Ergebnisse der Pilotierung - Highlights

Graphisch-situativ: Graph-als-Bild-Fehler

- Fehlermuster bei 1/3 der Schüler
- Fehlvorstellung, die am häufigsten auftrat!



Rückmeldung der Ergebnisse - Ausblick

Ziel: Diagnose-Instrument als Online-Tool mit automatischer Auswertung

Mögliches Forschungsdesign der nächsten Projektphase:

- Diagnose von individuellen Lernschwierigkeiten mit Pretest
- Rückmeldung der Ergebnisse an Lehrer und Schüler
- Intervention (individuelle Förderung)
- Erneute Diagnose von Lernschwierigkeiten (Posttest)

Rückmeldung der Ergebnisse - Ausblick

Rückmeldung an Schülerinnen und Schüler:

- Rückmeldung auf individueller Ebene
- Unterteilung in Bereiche GA, SA, GS
- „*Du kannst schon...*“
- „*In diesen Bereichen hast du noch Schwierigkeiten...*“
- Typische Fehler

Rückmeldung der Ergebnisse - Ausblick

Zum Lernen aus Fehlern:

- Effekte einer positiven Fehlerkultur auf affektiven Bereich bereits nachgewiesen
- Effekte der Fehleranalyse und dem Aufbau von Vermeidungsstrategien auf die lernförderliche Nutzung von Fehlersituationen bis jetzt nicht nachweisbar

(Rach, Ufer & Heinze, 2013)

Rückmeldung der Ergebnisse - Ausblick

Rückmeldung der Fehler:

Fehleridentifikation: *Was ist falsch?*

Fehleranalyse: *Warum ist das falsch?*

„Fehlerkorrektur“: *Wie ist es richtig?* (Oser, Hascher, & Spychiger, 1999)

- Ergebnisse der conceptual change Theorie berücksichtigen (Vosniadou, 2008)
- Umlernen ist erforderlich!

u.a. geplante Maßnahmen:

Angebot von „Nachlernmaterialien“, eingeteilt in Darstellungswechsel und besonders typische Fehlvorstellungen



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

nitsch@mathematik.tu-darmstadt.de

- Fredebohm, A., Bruder, R., Leuders, T. & Wirtz, M. (2011): Empiriegestützte Itementwicklung für die Kompetenzmodellierung des Arbeitens mit Repräsentationen von funktionalen Zusammenhängen. Beiträge zum Mathematikunterricht . München: Waxmann, 267-271. Kokol-Voljc (1996): Didaktische Untersuchungen zum Funktionsbegriff. In: *Didaktik der Mathematik* (23), 197-204.
- Janvier, C. (1981): Use of situations in mathematics education. In: *Educational Studies in Mathematics* (12), 113-122.
- Leinhardt, G.; Zaslavsky, O. & Stein, M. K. (1999): Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. In: *Review of Educational Research*, Vol. 60 (1), 1-64.
- Li, X. (2006): Cognitive Analysis of Students' Errors and Misconceptions in Variables, Equations, and Functions (Diss.). Texas.
- Nitsch, R., Fredebohm, A., Bruder, R., Kelava, T., Naccarella, D., Leuders, T. & Wirtz, M. (eingereicht): Students' Competencies in Working with Functions in Secondary Mathematics Education – Empirical Examination of a Competence Structure Model. *International Journal of Science and Mathematics Education*.

- Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern* (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.
- Schlöglhofer, F. (2000): Vom Foto-Graph zum Funktionsgraph. *Mathematik lehren* 103. Prediger, S. & Wittmann, G. (2009): Falsch bringt weiter?! Mit Fehlern umgehen. In: *Praxis der Mathematik in der Schule*, 51(27).
- Rach, S., Ufer, S., & Heinze, A. (2013). Learning from errors: effects of teachers' training on students' attitudes towards and their individual use of errors. *PNA*, 8(1), 21-30.
- Radatz, H. (1980): Fehleranalysen im Mathematikunterricht. Braunschweig: Vieweg.
- Vosniadou, S. (2008): *International Handbook of Research on Conceptual Change*. New York: Routledge.

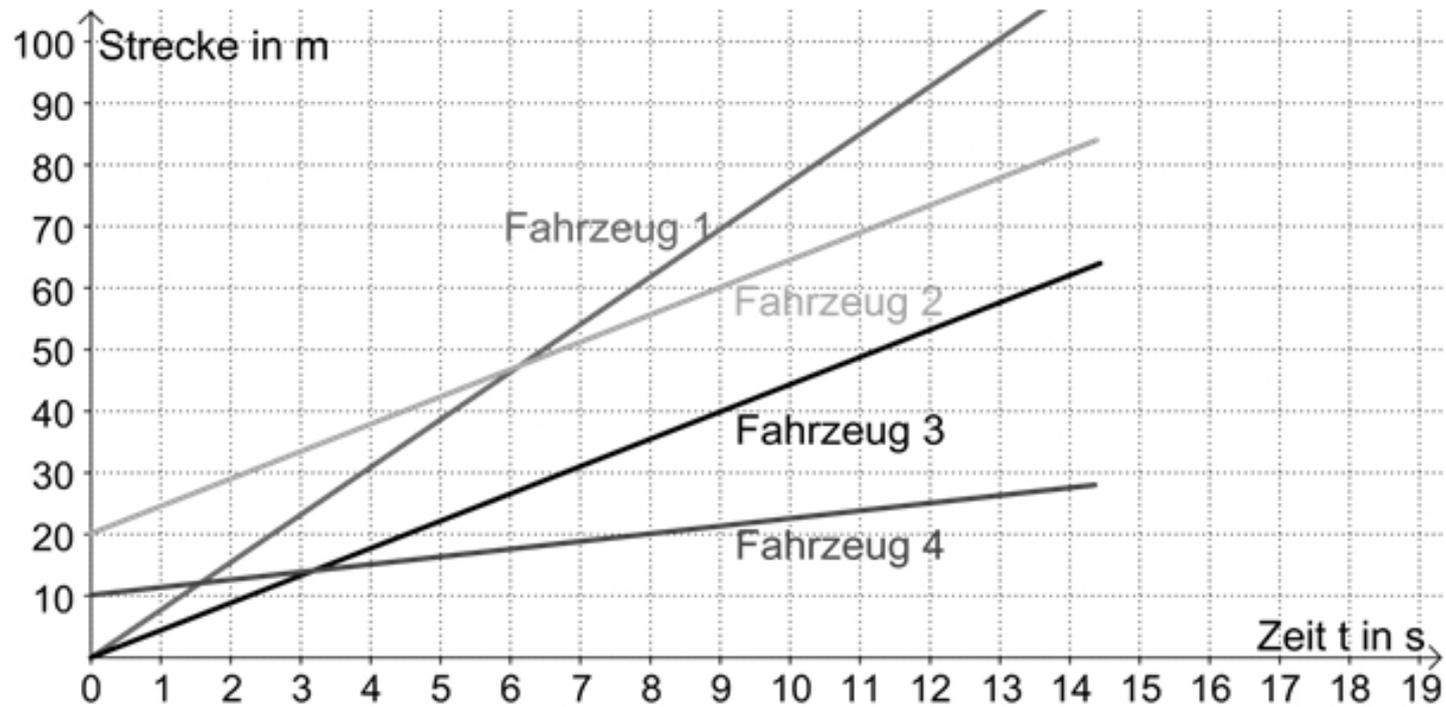
Ergebnisse der Pilotierung - Highlights

SHC

- Formulierung: „am schnellsten zum Zeitpunkt“: 41 SuS zeigen slope height confusion
- Formulierung: „am schnellsten im Zeitraum“ noch 11 SuS
- 6 von 9 SuS aus dem Interview revidieren ihre Antwort

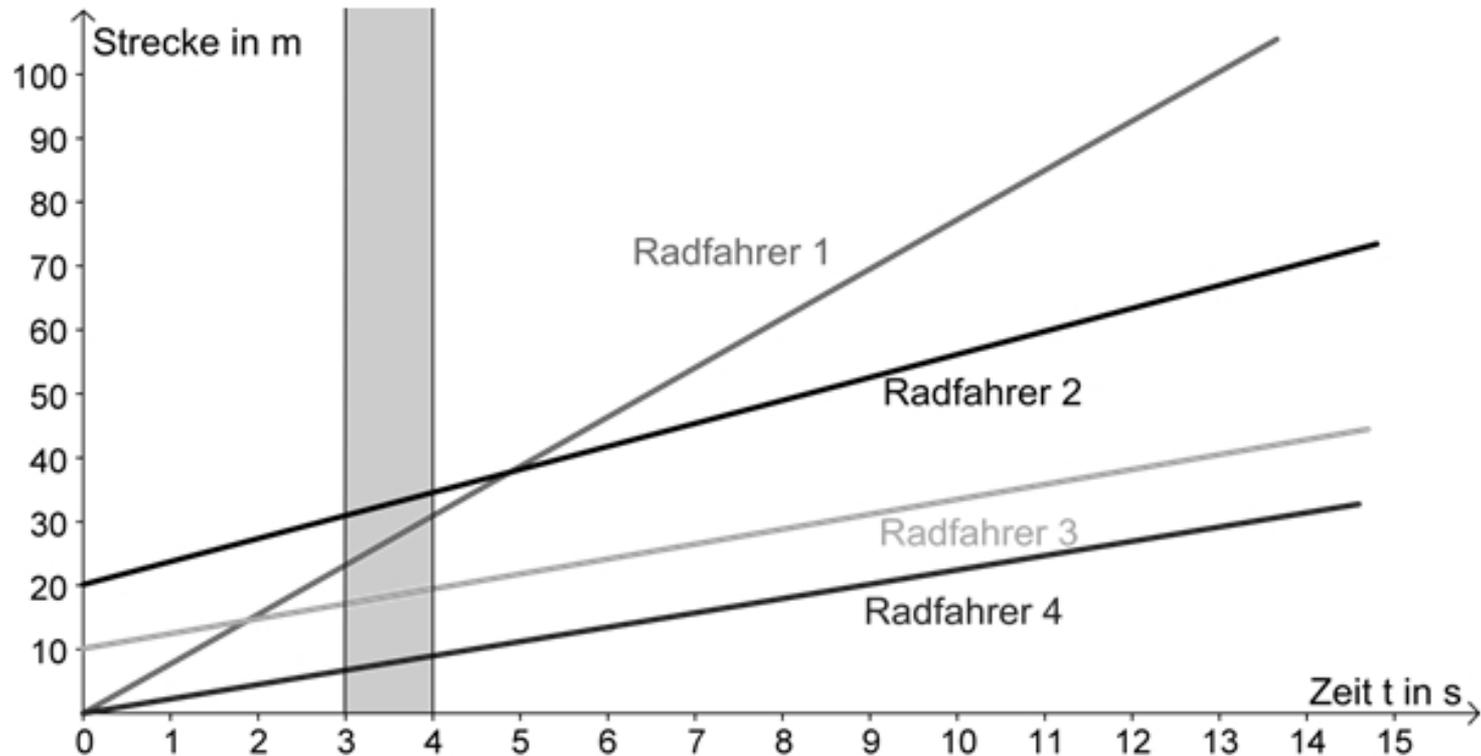
Ergebnisse der Pilotierung - Highlights

Welches der vier Fahrzeuge ist zum Zeitpunkt $t = 5$ am schnellsten?



Ergebnisse der Pilotierung - Highlights

Welcher Radfahrer fährt im Zeitraum $t = 3$ bis $t = 4$ Sekunden am schnellsten?



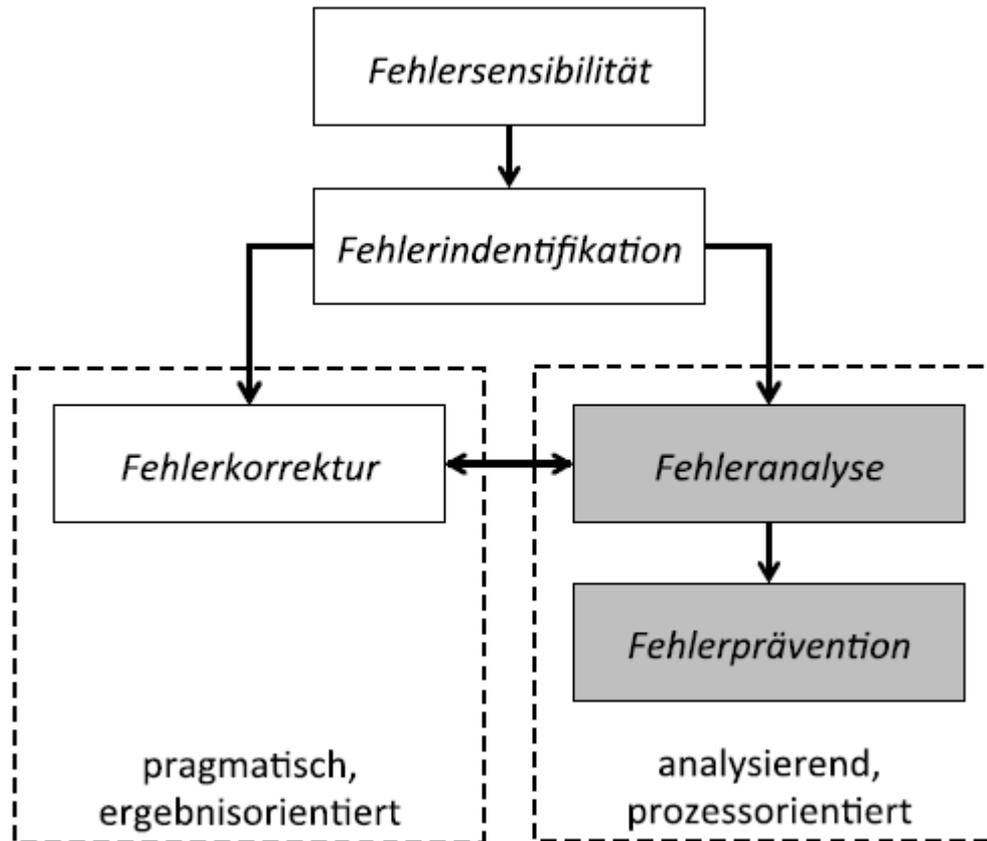
Ergebnisse der Pilotierung

Vergleich von Steigungen an einem Punkt -> maximaler Wert

Slope-height confusion

- Epistemologische Hürde!

Lernen aus Fehlern



Rach, Ufer & Heinze, 2012

Ergebnisse der Pilotierung - Highlights

Situativ-algebraisch, quadratische Funktionen:

- Vorzeichenfehler: Fehlermuster bei 16 % der Schüler $y = (x + d)^2 + e$
- Keine Verknüpfung mit graphisch-algebraischem Darstellungswechsel
- Diejenigen Schüler im Interview, die die Aufgabe richtig lösten, argumentierten mit der graphischen Darstellungsform

Rückmeldung der Ergebnisse

Rückmeldung an Lehrkräfte:

Orientiert an DAA (online **D**iagnostics **A**lgebra **A**ssessment system)

- Unterteilung in Bereiche GA, SA, GS
- Lösungshäufigkeiten
- SuS, die weniger als 65% richtig haben
- Konkrete individuelle Lernschwierigkeiten und Fehlvorstellungen inkl. Aufgaben(beispiele)